Lezione del 3 maggio

RICERCA I

Problemi di Ricerca

- Problemi di ricerca = problemi caratterizzabili mediante:
  - Uno ***spazio di ricerca*** (insieme di configurazioni) contenete un sottoinsieme di ***soluzioni*** potenziali
  - Un ***metodo di ricerca***
    - generare o trovare le soluzioni, in modo possibilmente affidabile
    - decidere se una configurazione è una soluzione
- Esempi
  - Trovare la mossa migliore in una partita a scacchi
  - Trovare il percorso minimo in un grafo
  - Trovare una dimostrazione di un teorema

Algoritmi di ricerca

- Ricercano una soluzione (o le soluzioni, o una soluzione ottimale) di un problema di ricerca
  - un agente "computazionale" spesso risolve i problemi in modo diverso da un umano, passando in rassegna tutti i casi ("forza bruta")
- Sono ***algoritmi di base*** per IA
  - Algoritmi di ricerca non informati (o "ciechi") : forza bruta
  - Vi è modo di aggiungere euristiche, algoritmi "informati"

Ricerca e non determinismo

- Spesso un problema di ricerca è formulabile come un problema di implementazione di un algoritmo non deterministico
- Un algoritmo non deterministico ***ND*** è un algoritmo che
  - in ogni stato può scegliere fra più passi elementari;
  - una computazione è una successione di passi elementari; può:
  - portare ad una soluzione, ad un fallimento o essere infinita
  - è il non determinismo "don't know" già incontrato
- ***ND risolve un problema*** se esiste una computazione che porta ad una soluzione (un oracolo può dire all'algoritmo le scelte giuste)
- Non disponendo di un oracolo, si procede con una ricerca della soluzione mediante ***backtracking deterministico***

Esempio

- Cercare il cammino più breve in un grafo
  - Gli stati sono i nodi del grafo;
  - I passi dell'algoritmo sono il passaggio dal nodo corrente ad un nodo collegato da un arco
  - Un oracolo può dire quale sia la scelta giusta
  - L' algoritmo non deterministico è

```
Nodo := nodo di partenza
while not NodoDiArrivo(Nodo)
    {trova arco(Nodo, Nodo1);
    Nodo := Nodo1;}
```

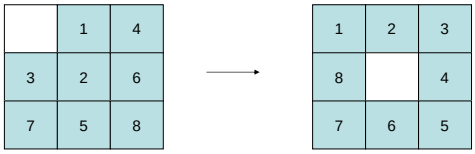

Spazi di ricerca come grafi

- Lo spazio di ricerca è l'insieme delle configurazioni all'interno delle quali avviene la ricerca (i nodi nel precedente esempio), assieme alle relazioni esistenti fra le configurazioni
- Molti problemi di ricerca sono formalizzabili (mediante le opportune astrazioni) come problemi di ricerca in un grafo; le configurazioni sono i nodi del grafo e gli archi rappresentano i possibili passi verso la soluzione. In questo caso:
- Uno spazio di ricerca è un grafo R(S,G) in cui si distinguono un insieme S di ***nodi iniziali*** e G di ***nodi obiettivo*** (goals);
- il problema è di trovare i cammini (un cammino, i cammini ottimali, …) dai nodi di S a quelli di G

Si hanno essenzialmente due tipi di spazi:

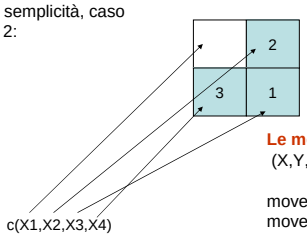
- ***Spazio degli stati:*** i nodi rappresentano stati del "mondo":
  - ad esempio, trovarsi in un nodo di un grafo che rappresenta i collegamenti stradali in un insieme di città, nella ricerca del cammino più breve
- ***Spazio dei problemi:*** i nodi rappresentano ipotesi di soluzione intermedie nella ricerca di una soluzione di un problema
  - ad esempio, gli alberi di prova, eventualmente con delle foglie ancora da risolvere, nella ricerca della dimostrazione di un goal

Esempio di spazio degli stati



Gli stati sono le configurazioni delle tessere; gli archi sono le coppie (config1, config2) tali che si passa da config1 a config2 con una mossa (spostare una tessere nella posizione libera)

CODIFICA DEGLI STATI.
Per semplicità, caso 2 X 2:



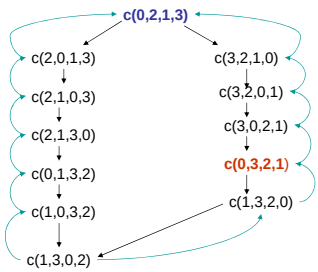
c(0,2,1,3)

Le mosse possibili, con (X,Y,Z) permutazione di (1,2,3):

move(c(0,X,Y,Z), c(X,0,Y,Z))
move(c(0,X,Y,Z), c(Z,X,Y,0))
move(c(X,0,Y,Z), c(0,X,Y,Z))
move(c(X,0,Y,Z),c(X,Y,0,Z))
move(c(X,Y,0,Z),c(X,0,Y,Z))
move(c(X,Y,0,Z),c(X,Y,Z,0))
move(c(X,Y,Z,0),c(X,Y,0,Z))
move(c(X,Y,Z,0),c(0,X,Y,Z))

STATI INIZIALI: una configurazione
GOAL **c(0,1,2,3)** oppure **c(0,3,2,1)**

Vediamo uno spazio di ricerca con stato iniziale
c(0,2,1,3);
gli archi di ritorno alla mossa precedente, **in verde,** possono essere tagliati

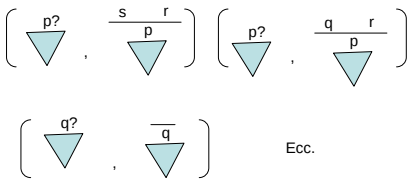


Esempio di spazio dei problemi

p:- s,r.
p :- q,r.
q.
r :- s.
r :- q.

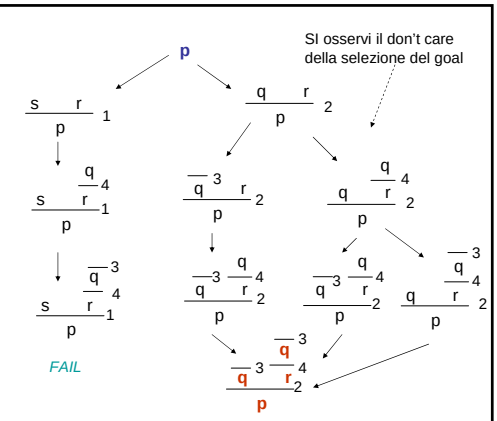
Stati: alberi di prova

Archi:



- Stati iniziali: un goal scelto fra p,q,r,s
- Stati finali: alberi con radice = al goal e senza foglie da risolvere
- Lo spazio di ricerca con nodo iniziale p è:

1. p:- s,r.
2. p :- q,r.
3. q.
4. r :- q.



Una rappresentazione degli alberi di prova (le configurazioni)

a(p,?) albero costituito da una foglia non risolta a
a(p,k) albero costituito da una foglia a risolta per il fatto k. a.
a(p,Alb1,..,Albh,k) albero con radice p e sottoalberi Alb1,..Albk e regola k

Esempio:

a(p,a(q,3),a(r,?))

Ricerca in Grafi – Concetti eTerminologia

- ***Grafo Diretto***
  D = (Nodi, Archi) con Archi $\subseteq$ Nodi $\times$ Nodi
- ***Archi labellati:*** λ : Archi $\rightarrow$ Etichette
  - ***Archi pesati:*** le etichette sono numeri, i pesi
- ***Cammini:*** $(n_0,n_1,\ldots n_k)$ tale $(n_i, n_{i+1}) \in$ Archi
  - possono essere infiniti
- ***Grafi Diretti Aciclici (DAG):*** nessun cammino contiene cicli
  - cicli = cammini (n ….. n)

- ***Problema di Ricerca***: R=(D,S,G), con
  - D = (N, A) grafo
  - S $\subseteq$ N nodi iniziali
  - G $\subseteq$ N goals (o soluzioni)
- ***Soluzione*** = cammino (i,…….,g) con i $\in$ S, g $\in$ G
- ***Costi.***
  - se vi sono dei costi (pesi degli archi), si associa ad ogni nodo n raggiunto con un cammino (i,n1,……nk,n) un costo:
    g(n) = costo(i,n_1) + … + costo(n_k,n)
- ***Soluzioni ottimali*** (se vi è costo):
  - soluzioni il cui costo è <= del costo di ogni altra soluzione

- Considereremo degli spazi in cui il grafo è un DAG.
- Fattori che influenzano la complessità in spazio e tempo:
  - Fattore di ramificazione in avanti (numero archi uscenti)
  - Fattore di ramificazione all'indietro (numero archi entranti)
- ***Caratteristiche di un algoritmo*** (supposto corretto):
  - ***Completezza:*** se vi è una soluzione, viene trovata
  - ***Ottimalità*** (nel caso di costi): le soluzioni trovate sono ottimali
  - ***Complessità*** in tempo e spazio: misurata in funzione del fattore di ramificazione e della profondità massima di soluzione

L'algoritmo generico di ricerca

- Abbiamo già visto programmi aperti: il programma path e' aperto in arc.
- Vediamo un programma logico aperto le cui istanze rappresentano le varie strategie di ricerca che considereremo
- Chiamiamo tale programma l'algoritmo generico di ricerca.
- Partiamo da un algoritmo generico semplificato
- Vediamo poi l'algoritmo generico completo.

La rappresentazione dello spazio di ricerca

- Si fissa l'insieme dei nodi e il modo di rappresentarlo; ad esempio:
  - p(0,1,3,2) ecc. nel problema delle tessere
  - a(p,a(q,3),a(r,?)) nel problema degli alberi di prova
- Si rappresenta poi lo spazio di ricerca (il grafo) definendo gli archi, mediante il predicato:

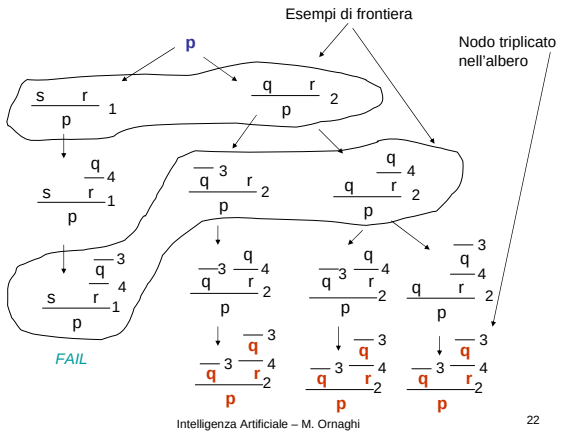
  neighbors(Nodo, Lista)

  dove Lista è la lista dei nodi raggiungibili da Nodo con un arco. Ad esempio:

  neighbors(p(0,X,Y,Z), [p(X,0,Y,Z),p(Z,X,Y,0)]).
  neighbors(p(X,0,Y,Z), [p(0,X,Y,Z), p(X,Y,0,Z)]).
  ……

Le frontiere dell'albero di ricerca

- Possiamo rappresentare la ricerca come ***albero delle scelte*** di un algoritmo non deterministico, che da ogni nodo sceglie un arco.
- Utilizzando idealmente un albero (ma l'algoritmo lavora sul grafo) consideriamo ***distinti*** nodi che coincidono nel grafo ma che occupano posizioni diverse nell'albero.
- Una ***frontiera*** di tale albero è una successione di nodi non imparentati tale che ogni cammino completo contenga uno ed un solo nodo della frontiera.
  - Nodi imparentati: connessi da un cammino nell'albero
  - Cammino completo: dalla radice ad una foglia o infinito
- ESEMPIO:



I predicati dell'algoritmo generico semplificato

- search(in:F)
  - Vero se vi è un cammino sino ad un goal da un nodo della frontiera F:ingresso
  - inizialmente F=nodo iniziale, poi ricorsivamente altre frontiere
- select(in:N,out:F0,out:F1)
  - seleziona un nodo di F0:ingresso; N,F1:uscite
  - N è un nodo di F0 (il nodo selezionato) e F1 è F0 senza N;
- is_goal(in:N)
  - Vero se N è un goal
- add_to_frontier(in:NL, in:F1, out:F2)
  - F2:uscita si ottiene aggiungendo i nodi della lista NL:ingresso ad F1:ingresso
- neighbors(in:N, out:NL) già spiegato, rappresenta lo spazio di ricerca

L'algoritmo generico

```
search(F0) :- select(N,F0,F1),
              is_goal(N).
search(F0) :- select(N,F0,F1),
              neighbors(N, NL),
              add_to_frontier(NL,F1,F2),
              search(F2).
```

NB. Ricorsione di coda.

I predicati aperti

- Problema specifico:
  - is_goal(N), neighbors(N, NL) dipendono dallo spazio di ricerca specifico
- Strategia di ricerca
  - select dipende dalla strategia di ricerca
  - add_to_frontier dipende dalla strategia di ricerca

Depth-first e breadth-first con l'algoritmo semplificato

- La ricerca depth-first (in profondità) implementa add_to_frontiercome segue

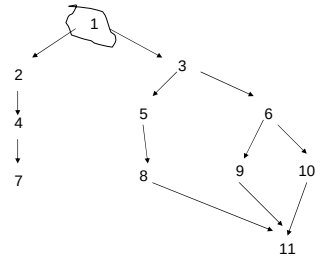
  select(N,[N|F],F).

  add_to_frontier(NN,F1,F2) :- append(NN,F1,F2).
- mentre breadth-first (in larghezza) lo implemeta come:

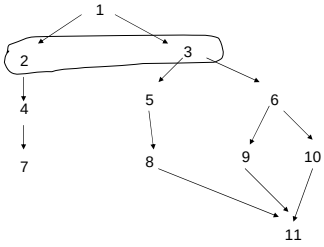
  select(N,[N|F],F).

  add_to_frontier(NN,F1,F2) :- append(F1,NN,F2)
- Vediamo un esempio

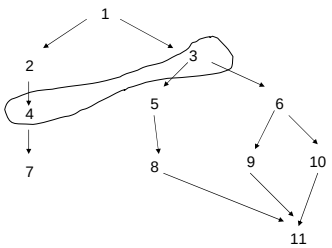
DEPTH FIRST



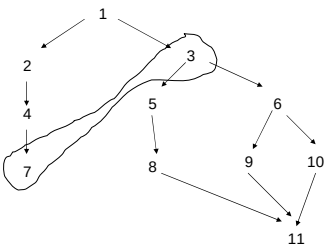
search([1])
neigh. = [2,3]



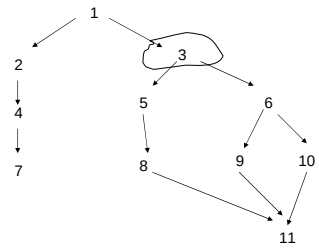
search([2,3])
neigh. = [4]



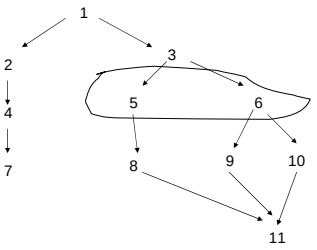
search([4,3])
neigh. = [7]



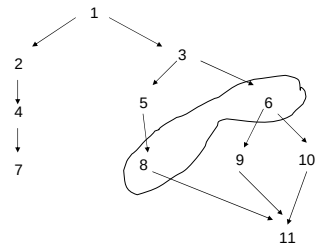
search([7,3])
neigh. = []



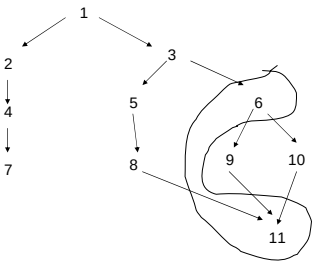
search([3])
neigh. = [5,6]



search([5,6])
neigh. = [8]



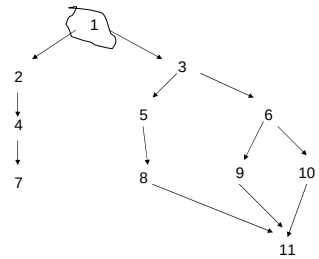
search([8,6])
neigh. = [11]



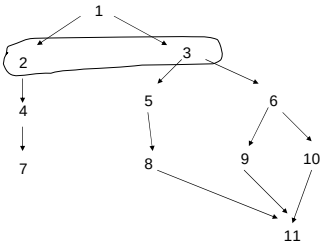
search([8,6])
is_goal(11)

YES

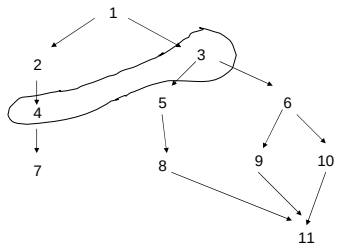
BREADTH FIRST



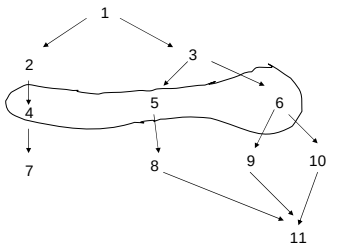
search([1])
neigh. = [2,3]



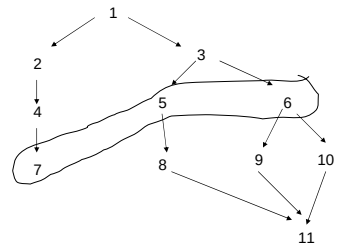
search([2,3])
neigh. = [4]



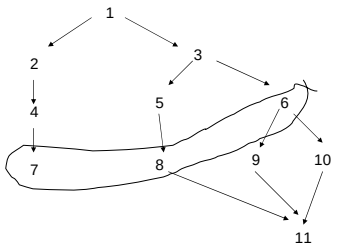
search([3,4])
neigh. = [5,6]



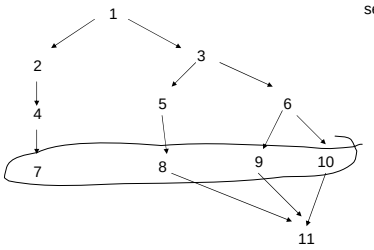
search([4,5,6])
neigh. = [7]



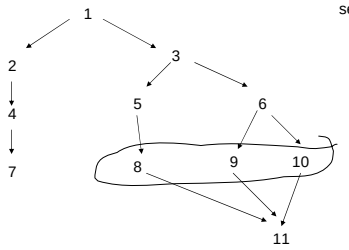
search([5,6,7])
neigh. = [8]



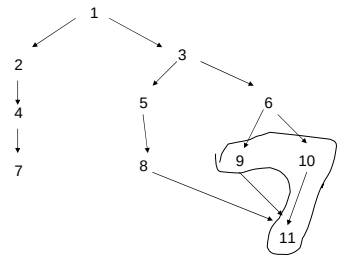
search([6,7,8])
neigh. = [9,10]



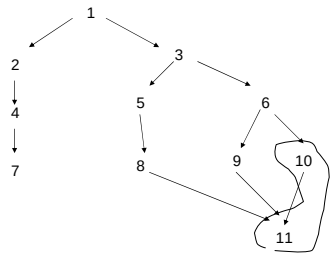
search([7,8,9,10])
neigh. = []



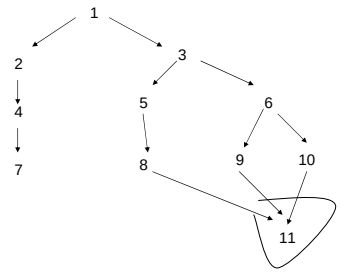
search([8,9,10])
neigh. = [11]



search([9,10,11])
neigh. = [11]



search([10,11,11])
neigh. = [11]



search([11,11,11])
is_goal(11)

YES