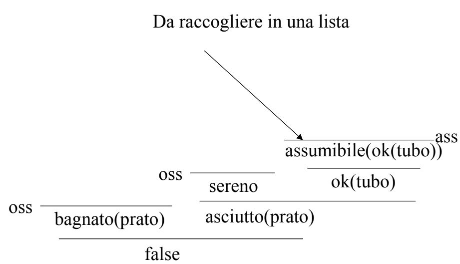
⇐¬∧∨→←↔∀∃σ∪∈⊆

Lezione 2

Abduzione in HK
Negazione e disgiunzione

1. Abduzione in HK: l'algoritmo top down.

- L'abbiamo applicato la lezione scorsa, resta solo da collezionare gli assumibili.
- Si può usare il meta-interprete per l'abduzione, così modificato:



Algoritmo top down mediante il meta-interprete per l'abduzione:

```
:- op(200, xfx, '<-').
:- op(150, xfy, &).

abd(A&B,C-D) :-    abd(A,C-H),
                   abd(B,H-D).
abd(A,[A|H]-H) :-  assumibile(A).
abd(H,C-D) :-      (H <- B),
                   abd(B,C-D).

conflict(C) :- abd(false,C-[]).
```


Alternativamente si procede bottom-up

- Questa volta KB* non contiene atomi ma sequenti ground $G \Leftarrow A$ con il significato: da $KB \cup A$ segue G;
- Non si parte con l'insieme vuoto ma con l'insieme $\{A \Leftarrow A \mid A \text{ è un assumibile}\}$
- Le conseguenze immediate sono definite dalla regola che segue, dove $H \leftarrow G_1 \wedge .. \wedge G_n$ è un'istanza ground della k-esima clausola di KB

k. $H \leftarrow G_1 \wedge .. \wedge G_n$

$$\frac{G_1 \Leftarrow A_1 \qquad G_n \Leftarrow A_n}{H \Leftarrow A_1 \cup \ldots \cup A_n}\ k$$

KB.
1. bagnato(X) :- piove.
2. asciutto(prato) :- sereno, ok(tubo).
3. false :- bagnato(prato), asciutto(prato).
4. sereno, bagnato(prato). /* malfunzionamento

I0 = {ok(tubo) ⇐ ok(tubo), ok(prato) ⇐ ok(prato)}
I1 = TKB(I0) = I0 ∪ {sereno, bagnato(prato)}
I2 = TKB(I1) = I1 ∪ {asciutto(prato) ⇐ ok(tubo)}
I3 = TKB(I2) = I2 ∪ {false ⇐ ok(tubo)}
STOP

2. Uso di congiunzione e disgiunzione: caso in cui non si fuoriesce da DCL o HK

- È possibile aggiungere $\wedge$ nella testa e $\vee$ nel corpo delle clausole, completando le regole di inferenza con:

$$\frac{A \wedge B}{A} \qquad \frac{A \wedge B}{B}$$

$$\frac{A}{A \vee B} \qquad \frac{B}{A \vee B}$$

- L'aggiunta di $\wedge$ nella testa e di $\vee$ nel corpo non aggiunge maggior capacità espressiva o deduttiva a DCL
- Con le equivalenze della logica proposizionale, in particolare quelle mostrate sotto, ogni KB con $\wedge$ nella testa e $\vee$ nel corpo e senza negazione è trasformabile in KB' in DCL tale che KB |- A1 $\wedge$ .. $\wedge$ An sse KB' |- Ai per 1 <= i <= n.

A $\wedge$ B $\leftarrow$ Body equivale a A $\leftarrow$ Body.
B $\leftarrow$ Body.

H $\leftarrow$ (A $\vee$ B) $\wedge$ Body equivale a H $\leftarrow$ A $\wedge$ Body.
H $\leftarrow$ B $\wedge$ Body.

3. KB con disgiunzione

- Le cose cambiano invece se si ammette la disgiunzione nella testa delle clausole
  - Si possono costruire KB non esprimibili in DCL
  - Una KB con disgiunzione ha, in generale, più modelli minimali distinti; qu:indi viene a mancare 'esistenza di modello minimo e CWA è (in generale) inconsistente
  - Ammettere la disgiunzione nella testa e nel corpo equivale ad ammettere la negazione nella testa e nel corpo; in tutti i casi è possibile rappresentare le clausole in forma normale:

Clausola in forma normale
A1 $\vee$ .. $\vee$ An $\vee$ $\neg$B1 $\vee$ .. $\vee$ $\neg$Bk
KB in forma normale
insieme di clausole in forma normale

Ogni clausola in forma normale è logicamente equivalente ad una delle seguenti forme implicative:

A1 $\vee$ .. $\vee$ An $\leftarrow$ B1 $\wedge$ .. $\wedge$ Bk

A1 $\leftarrow$ $\neg$A2 $\wedge$ .. $\wedge$ $\neg$An $\wedge$ B1 $\wedge$ .. $\wedge$ Bk

false $\leftarrow$ B1 $\wedge$ .. $\wedge$ Bk se n=0, cioè la clausola normale contiene solo letterali negativi

3.1. La negazione, la disgiunzione e i modelli minimali e massimali

- Introducendo la negazione nel corpo delle clausole o la disgiunzione nella testa non si ha più, in generale, modello minimo.
- Considerando sempre modelli di Herbrandt.
- DEF. Un modello di Herbrandt H è ***minimale*** se non esistono modelli di Herbrandt H' propriamente contenuti in H.
  H è ***massimale*** se non esistono modelli che lo contengono propriamente.

p $\leftarrow$ $\neg$q $\wedge$ r. Forma clausale: {p $\vee$ q $\vee$ $\neg$ r, r}
r. Modelli minimali: {p,r}, {q,r}
Modelli massimali: {p,q,r}

p $\leftarrow$ q $\wedge$ $\neg$ r. Forma clausale: {p $\vee$ $\neg$ q $\vee$ r, $\neg$ r}
$\neg$ r. Modelli minimali: {}
Modelli massimali: {p,q}

p $\leftarrow$ r. Forma clausale: {p $\vee$ $\neg$ r, r $\vee$ $\neg$ p}
r $\leftarrow$ p. Modelli minimali: {}
Modelli massimali: {p}, {r}

Semantica

- L'insieme dei modelli minimali riguarda a verità dei fatti positivi in tutti i modelli e l'insieme dei modelli massimali riguarda la falsità in tutti i modelli
  - Lo vediamo nella prossima diapositiva
- Però siamo interessati anche a interpretare i modelli minimali come le situazioni del mondo che ci interessano e che sono descritte in base ad un principio di "economia di pensiero" simile a CWA, in un contesto in cui non si abbia conoscenza completa.
  - In questo caso si pone il problema del calcolo dei modelli minimali
  - Non lo vediamo qui; vedremo invece il calcolo dei modelli stabili

Modelli minimali/massimali e conseguenza logica

- Una possibile semantica (proposizionale) corrispondente alla conseguenza logica della logica proposizionale per i letterali:

  KB |= A   se A $\in$tutti i modelli minimali

  KB |= not A   se, per nessun modello massimale M, A $\in$ M,
  Altrimenti: risposta NON_SO

- Se siamo interessati alle conseguenze logiche per formule che non siano letterali, non possiamo più far riferimento ai modelli minimali/massimali

Calcolo delle conseguenze logiche: gli implicati primi

- È un calcolo delle conseguenze logiche applicabile trasformando le formule proposizionali in forma clausale, cioè come insiemi di clausole in forma normale
  - Forma normale congiuntiva = congiunzione di clausole
- Ogni formula proposizionale è riducibile in forma clausale; l'algoritmo applica le leggi dell'algebra di boole.
  - Lo vediamo come esercizio prolog

- Rappresentiamo le clausole come insiemi:
  - $A_1 \vee .. \vee A_n \vee \neg B_1 \vee .. \vee \neg B_k$ come $\{A_1,\ldots, A_n, \neg B_1, \ldots, \neg B_k\}$
- Una clausola P è un implicato primo di KB se:
  - P non contiene coppie A, $\neg$A
  - KB |= P
  - KB |= C implica $P \subseteq C$
- Teorema. KB |= C sse esiste un implicato primo P tale che $P \subseteq C$.
- SE si calcola una tabella di implicati primi, le conseguenze logiche si ottengono con una ricerca tabellare.

Calcolo bottom-up degli implicati primi

- Applica la risoluzione binaria

$$\frac{R \cup \{A\} \qquad S \cup \{\neg A\}}{R \cup S}$$

Scriviamo: res(R,S,U) U risolvente di R,S non contente A, $\neg$A

La procedure bottom-up è:

I := KB
Ripeti
  scegli R,S in I tali che
    esiste U tale che res(R,S,U)
    e non vi è C in I tale che $C \subseteq U$;
  rimuovi da I tutte le $C \subseteq U$;
  I := I $\cup$ {U}
fino a che non ci sono più scelte possibili

$a \leftarrow b \wedge c.$
$\neg e \leftarrow \neg c.$
$b \vee d.$
$a \vee b \leftarrow d.$
$e \leftarrow a.$

KB = $\{\{a, \neg b, \neg c\}, \{\neg e, c\}, \{b, d\}, \{a, b, \neg d\}, \{e, \neg a\}\}$

I0 = KB
I1 = $\{\{a, \neg b, \neg e\}, \{a, \neg b, \neg c\}, \{\neg e, c\}, \{b, d\}, \{a, b, \neg d\}, \{e, a\}\}$
I2 = $\{\{a, \neg b\}, \{\neg e, c\}, \{b, d\}, \{a, b, \neg d\}, \{e, a\}\}$
… continuare per esercizio