

Lezione 7

Le prove in Datalog Estensione a Prolog-clausole definite

Dove siamo

- Abbiamo introdotto la sintassi di Datalog
 - gli atomi sono della forma $p(t_1, \dots, t_n)$
 - le clausole $A \leftarrow B_1 \wedge \dots \wedge B_n$
- Abbiamo introdotto le interpretazioni
 - in generale $I = (D, \Phi, \pi)$
 - di Herbrandt: $H \subseteq \text{Atomi Ground}$
- Abbiamo dato la semantica delle clausole Datalog
 - ground: come quella proposizionale
 - aperte: $H \models C(\underline{X})$ sse $H \models C(c)$, per ogni istanza ground $C(c)$
- Abbiamo visto un esempio di assiomatizzazione di un problema

1. Come si costruisce una KB

- Analisi del problema
- Individuazione di Individui e Relazioni
- Individuazione delle proprietà
 - generali: sotto forma di regole (e fatti) aperte
 - particolari o contingenti: sotto forma di fatti
- Uso del sistema in termini di
 - query / answer

Esempio: casa di Barbablù rivista

- Il problema:
 - stabilire se si possa andare da una stanza ad un'altra senza passare per quella proibita, in k passi (eventualmente ripetuti)
- Individui:
 - gli individui sono le stanze; per introdurre, fra gli infiniti nomi di costante disponibili in Datalog, quelli corrispondenti al dominio delle stanze, usiamo il predicato:
stanza(X)

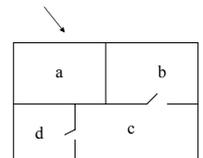
- Relazioni:
 - due stanze possono essere messe in comunicazione da una porta aperta:
 - $aperta(X,Y)$: c'è una porta aperta che si apre spingendo, se si procede da X ad Y
 - una stanza è raggiungibile da un'altra in k passi, attraversando porte aperte: query che ci interessa
 - $vadok(X,Y)?$ posso andare in k passi da X a Y?

REGOLE GENERALI (per case con al più 5 stanze):

$vado1(X,Y) \leftarrow aperta(X,Y).$
 $vado1(X,Y) \leftarrow aperta(Y,X).$
 $vado2(X,Y) \leftarrow vado1(X,Z) \wedge vado1(Z,Y).$
 $vado3(X,Y) \leftarrow vado1(X,Z) \wedge vado2(Z,Y).$
 $vado4(X,Y) \leftarrow vado1(X,Z) \wedge vado3(Z,Y).$
 $vado5(X,Y) \leftarrow vado1(X,Z) \wedge vado4(Z,Y).$

FATTI PARTICOLARI: la casa in figura

stanza(a).
stanza(b).
stanza(c).
stanza(d).
aperta(c,b).
aperta(c,d).



Le prove Datalog

- Sono basate su
- SOSTITUZIONE $\sigma = \{X_i/t_i, \dots, X_n/t_n\}$
- Applicazione di σ ad una clausola C :
sostituisci uniformemente X_i con t_i, \dots, X_n con t_n
- Si indica con $C\sigma$
- ESEMPIO:
 $vado(X,Y) \leftarrow aperta(X,Y) \{X/a, Y/W\} = vado(a,W) \leftarrow aperta(a,W)$

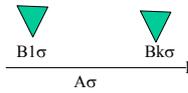
14/03/2003

7

Le prove Datalog in una KB

Base $\frac{\text{---} k}{A\sigma}$ è una prova sse k, A è in KB

Passo



è una prova sse $k, A \leftarrow B1 \wedge \dots \wedge Bk$
è in KB e gli alberi sopra la riga
sono, ricorsivamente, prove

14/03/2003

8

Esempio

1. $vado1(X,Y) \leftarrow aperta(X,Y).$
2. $vado1(X,Y) \leftarrow aperta(Y,X).$
3. $vado2(X,Y) \leftarrow vado1(X,Z) \wedge vado1(Z,Y).$
4. $vado3(X,Y) \leftarrow vado1(X,Z) \wedge vado2(Z,Y).$
5. $aperta(c,b).$
6. $aperta(c,d).$

$$\frac{\frac{\frac{\text{---} 5}{aperta(c,b)} \quad \frac{\text{---} 6}{aperta(c,d)}}{\text{---} 2}{vado1(b,c)} \quad \frac{\text{---} 1}{vado1(c,d)}}{\text{---} 3}{vado2(b,d)}$$

14/03/2003

9

La procedura Top Down

- **Si basa sull'unificazione:**
A unifica con B con unificatore σ sse $A\sigma$ coincide con $B\sigma$
- ESEMPIO
 $vado(a,X)$ unifica con $vado(Y,Z)$ via $\{Y/a, X/Z\}$:
 $vado(a,X)\{Y/a, X/Z\} = vado(a,Z)$ coincide con
 $vado(Y,Z)\{Y/a, X/Z\} = vado(a,Z)$
- Per non perdere soluzioni usa l'unificatore più generale (mgu, most general unifier):

14/03/2003

10

- **A unifica con B con mgu σ sse**
 - $A\sigma = B\sigma = U$
 - Per ogni unificatore δ con $A\delta = B\delta = V$,
• V è un caso particolare di U , cioè $V = U\eta$ per qualche η

- Esempio: $vado(X,a)$ unifica con $vado(I,J)$ con mgu $\{X/I, J/a\}$
 - $vado(X,a)\{X/I, J/a\} = vado(I,J)\{X/I, J/a\} = vado(I,a)$
 - prendiamo l'unificatore $\{X/b, I/b, J/a\}$: si ha
 - $vado(X,a)\{X/b, I/b, J/a\} = vado(I,J)\{X/b, I/b, J/a\} = vado(b,a)$
 - **$vado(b,a)$ è un caso particolare di $vado(I,a)$:**
 $vado(b,a) = vado(I,a)\{I/b\}$

14/03/2003

11

L'algoritmo

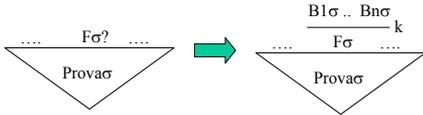
- Ingresso: KB e atomo $A?$ (anche aperto)
- Albero Prova := $A?$
- Fino a che vi è un $F?$ e nessun $F?FAIL$
scegli un $F?$
se esiste una clausola la cui testa unifica con F
trova $k: H \leftarrow \text{Body}$ tale che H, F unifichino;
applica k alla foglia F? selezionata
altrimenti poni $F?FAIL$

14/03/2003

12

Vediamo applica

- Siano
 - Prova l'albero di prova
 - F? la foglia scelta
 - k. $H \leftarrow B1 \wedge \dots \wedge Bn$ la clausola trovata
- rinomina k con *variabili fresche*
 - standardizzazione, evita conflitti fra variabili
- calcola $\text{mgu}(H,F) = \sigma$
- calcola $H\sigma \leftarrow B1\sigma \wedge \dots \wedge Bn\sigma$ e Prova σ e procedi come nel caso proposizionale:



14/03/2003

13

Esempio

- $\text{vado1}(X,Y) \leftarrow \text{aperta}(X,Y)$.
- $\text{vado1}(X,Y) \leftarrow \text{aperta}(Y,X)$.
- $\text{vado2}(X,Y) \leftarrow \text{vado1}(X,Z) \wedge \text{vado1}(Z,Y)$.
- $\text{vado3}(X,Y) \leftarrow \text{vado1}(X,Z) \wedge \text{vado2}(Z,Y)$.
- $\text{aperta}(c,b)$.
- $\text{aperta}(c,d)$.

$\text{vado2}(X1,Y1) \leftarrow \text{vado1}(X1,Z1) \wedge \text{vado1}(Z1,Y1)$
 $\text{mgu}(\text{vado2}(X1,Y1), \text{vado2}(b,X)) = \{X1/b, X/Y1\}$

vado2(b,X)?

14/03/2003

14

Esempio

- $\text{vado1}(X,Y) \leftarrow \text{aperta}(X,Y)$.
- $\text{vado1}(X,Y) \leftarrow \text{aperta}(Y,X)$.
- $\text{vado2}(X,Y) \leftarrow \text{vado1}(X,Z) \wedge \text{vado1}(Z,Y)$.
- $\text{vado3}(X,Y) \leftarrow \text{vado1}(X,Z) \wedge \text{vado2}(Z,Y)$.
- $\text{aperta}(c,b)$.
- $\text{aperta}(c,d)$.

$\text{vado1}(X2,Y2) \leftarrow \text{aperta}(X2,Y2)$
 $\text{mgu}(\text{vado1}(X2,Y2), \text{vado1}(Z1,X)) = \{X2/Z1, Y2/X\}$

$\frac{\text{vado1}(b,Z1)?}{\text{vado2}(b,X)} \quad \frac{\text{vado1}(Z1,X)?}{3}$

14/03/2003

15

Esempio

- $\text{vado1}(X,Y) \leftarrow \text{aperta}(X,Y)$.
- $\text{vado1}(X,Y) \leftarrow \text{aperta}(Y,X)$.
- $\text{vado2}(X,Y) \leftarrow \text{vado1}(X,Z) \wedge \text{vado1}(Z,Y)$.
- $\text{vado3}(X,Y) \leftarrow \text{vado1}(X,Z) \wedge \text{vado2}(Z,Y)$.
- $\text{aperta}(c,b)$.
- $\text{aperta}(c,d)$.

$\text{aperta}(c,d)$
 $\text{mgu}(\text{aperta}(c,d), \text{aperta}(Z1,X)) = \{Z1/c, X/d\}$
 Binding $X=d$

$\frac{\text{vado1}(b,Z1)?}{\text{vado2}(b,X)} \quad \frac{\text{aperta}(Z1,X)?}{\text{vado1}(Z1,X)} \quad \frac{}{3}$

14/03/2003

16

Esempio

- $\text{vado1}(X,Y) \leftarrow \text{aperta}(X,Y)$.
- $\text{vado1}(X,Y) \leftarrow \text{aperta}(Y,X)$.
- $\text{vado2}(X,Y) \leftarrow \text{vado1}(X,Z) \wedge \text{vado1}(Z,Y)$.
- $\text{vado3}(X,Y) \leftarrow \text{vado1}(X,Z) \wedge \text{vado2}(Z,Y)$.
- $\text{aperta}(c,b)$.
- $\text{aperta}(c,d)$.

Binding $X=d$
 ESERCIZIO: andate avanti voi

$\frac{\text{vado1}(b,c)?}{\text{vado2}(b,d)} \quad \frac{\text{aperta}(c,d)}{\text{vado1}(c,d)} \quad \frac{}{3}$

14/03/2003

17

Esempio

- $\text{vado1}(X,Y) \leftarrow \text{aperta}(X,Y)$.
- $\text{vado1}(X,Y) \leftarrow \text{aperta}(Y,X)$.
- $\text{vado2}(X,Y) \leftarrow \text{vado1}(X,Z) \wedge \text{vado1}(Z,Y)$.
- $\text{vado3}(X,Y) \leftarrow \text{vado1}(X,Z) \wedge \text{vado2}(Z,Y)$.
- $\text{aperta}(c,b)$.
- $\text{aperta}(c,d)$.

QUERY: $\text{vado}(b,X)$
 RISPOSTA $X=d$

$\frac{\text{aperta}(c,b)}{\text{vado1}(b,c)} \quad \frac{\text{aperta}(c,d)}{\text{vado1}(c,d)} \quad \frac{}{3}$

14/03/2003

18

Query/Answer

- Una query è una congiunzione Q di atomi, ad es.
 - $\text{vado2}(a,X) \wedge \text{aperta}(X,Y)$?
- Una risposta (answer) a Q è un sostituzione σ delle variabili presenti nella query, tale che
$$\text{KB} \models Q\sigma$$
- Una risposta calcolata è una sostituzione δ calcolata dall'interprete (top down o bottom up):
$$\text{KB} \vdash Q\delta$$
- L'interprete è completo se, per ogni query Q e ogni risposta σ , esiste una risposta calcolata δ tale che $Q\sigma$ sia un caso particolare di $Q\delta$, cioè
$$Q\sigma = (Q\delta)\eta$$

14/03/2003

19

Esempio

$a(X,3)$.

Query: $a(U,V)$

Una risposta: $U=2, V=3$

La risposta calcolata: $U = X_100, V=3$

$a(2,3) = a(X_100,3)\{X_100/2\}$

14/03/2003

20

La procedura Bottom Up e il modello minimo

- Prossima volta, comprendendo Prolog con clausola definite
- Vediamo prima un esempio introduttivo al Prolog, alla lavagna

14/03/2003

21