

Lezione 21

Ragionamento non monotono. NAFF e il completamento di Clark

09/05/2003

1

Ricordiamo

- NAF (negation as Failure)
- CK (Complete Knowledge)
- CWA (Closed World Assumption)
- In logica, CK corrisponde alle teorie complete e NAF è consistente solo se vale CK (vedere esempio lezione precedente)

09/05/2003

2

Ricordiamo

- In presenza di modello minimo NAF è enunciabile come CWA (closed world assumption)
 - come CWA:
 - il mondo è il modello minimo
 - come NAF:
 - quanto non dico è falso

09/05/2003

3

1. Diverse nozioni di “conseguenza” $\models$ e di “ragionamento”

- (CK) in **teorie complete**
 - si considerano tutte le formule
 - $KB \models F$ è la solita conseguenza logica: F vera in tutti i modelli
 - La proof theory è quella usuale, NAF è una regola eliminabile
- (CK) con (CWA) e **modello minimo**
 - come conseguenze, si considerano solo le formule $\exists x A(x)$ (A atomica)
 - $KB \models_{cwa} \exists x A(x)$ sse $\text{MinMod}(KB) \models \exists x A(x)$
 - La proof-theory utilizza la procedura top down e l'oracolo NAF, che non è più eliminabile; è **valida e completa**

09/05/2003

4

1.1. Ragionamento non monotono

- **Ragionamento** = proof theory $\vdash$ collegata a conseguenza $\models$, possibilmente da validità e completezza
- **Ragionamento monotono**: aggiungendo nuova conoscenza, l'insieme delle conseguenze aumenta (tipico della logica matematica)
 - $KB1 \subseteq KB2 \Rightarrow (KB1 \vdash F \Rightarrow KB2 \vdash F)$
- Ragionamento non monotono: non è monotono
- FOL è monotona; di conseguenza
 - (CK) in teorie complete è monotona
- (CK) con CWA e modello minimo non è monotona

09/05/2003

5

Esempio

studia(lea, prog).
studia(gigi, ai). $\models \neg \text{compagni}(\text{lea}, \text{gigi})$
 $\text{compagni}(X, Y) \leftarrow \text{studia}(X, C) \wedge \text{studia}(Y, C).$

studia(lea, prog).
studia(lea, ai). $\models \text{compagni}(\text{lea}, \text{gigi})$
studia(gigi, ai).
 $\text{compagni}(X, Y) \leftarrow \text{studia}(X, C) \wedge \text{studia}(Y, C).$

09/05/2003

6

1.2. Dove si ha ragionamento non monotono

- Esempio.
- La Telecom: Egregio signor Rossi Ugo, a quanto ci risulta lei non ha pagato la fattura emessa in data
- Se **vero** significa *risulta che*, si ha un tipico caso di ragionamento non monotono. Altri casi: *credo che*, ...

09/05/2003

7

2. NAFF

- Ricordiamo
 - NAF: non $(KB \vdash A) \implies \neg A$
 - CWA: mondo = modello minimo
- Una versione più debole di NAF è NAFF
 - se si ha fallimento finito, ovvero se l'albero di ricerca è finito e non contiene soluzioni, allora inferisco $\neg A$



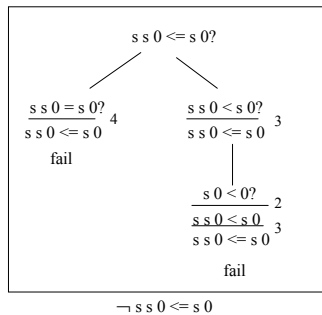
Intero albero di ricerca finito e fallito

09/05/2003

8

Esempio di NAFF

- $0 \leq s \leq X$.
- $s \leq X \leq s \leq Y \vdash X < Y$.
- $X \leq Y \vdash X < Y$.
- $X \leq Y \vdash X = Y$.



09/05/2003

9

2.1. Completamento di Clark

- Come giustificare logicamente NAFF?
- Soluzione di Clark:
 - $A \vdash \text{Body}$ non si legge come “se”, ma in una certa misura come “se e solo se” (da precisare)
 - il nome unico è assiomaticizzato con CET (Clark's Equality Theory)

09/05/2003

10

2.1.1. Da se a se e solo se in DLP

A livello proposizionale il passaggio da se a se e solo se è semplice:

$p \leftarrow q \wedge r.$
 $q \leftarrow a.$
 $q \leftarrow b.$
 $a.$
 $a \leftarrow b.$

$p \leftarrow q \wedge r.$
 $q \leftarrow a \vee b.$
 $a \leftarrow \text{true} \vee b.$
 $r \leftarrow \text{false}.$
 $b \leftarrow \text{false}.$

Forma normale intermedia:
ogni predicato definito da una e una sola clausola if

$p \leftrightarrow q \wedge r.$
 $q \leftrightarrow a \vee b.$
 $a.$
 $\neg r.$
 $\neg b.$

Completamento:
if diventa iff

09/05/2003

11

2.1.2. Da se a se e solo se in DCL

In DCL la cosa si complica un po'

$p(X) \leftarrow q(X) \wedge r(X).$
 $q(2) \leftarrow a(2).$
 $q(3) \leftarrow b(2).$
 $a(2).$
 $a(3) \leftarrow b(X).$

$p(X) \leftarrow q(X) \wedge r(X).$
 $q(??) \leftarrow ??$
 $a(??) \leftarrow ??$
 $b(V) \leftarrow \text{false}.$
 $r(V) \leftarrow \text{false}.$

Forma normale intermedia:
ogni predicato definito da una e una sola clausola if

Occorre mettere in moto l'identità, partendo da CET

09/05/2003

12

CET(Σ)

$CET(\Sigma) = id + div(\Sigma) + inj(\Sigma) + oCk(\Sigma)$

- id: assiomi dell'identità in FOL
 - id1: $t = t$;
 - id2: $H(t) \wedge t = t' \rightarrow H(t')$ (come schema)
- div(Σ): assiomi di diversità
 - se $f1(\underline{x}), f2(\underline{y})$ hanno funtori diversi, allora $\forall \underline{x}, \underline{y} \neg (f1(\underline{x}) = f2(\underline{y}))$ con $\underline{x}$ e/o $\underline{y}$ vuote se si tratta di costanti
- inj(Σ): assiomi di iniettività
 - $\forall x1, \dots, xn, y1, \dots, yn (f(x1, \dots, xn) = f(y1, \dots, yn) \rightarrow x1 = y1 \wedge \dots \wedge xn = yn)$
- oCk(Σ): occur check ($t(x)$ termine in cui occorre x)
 - $\forall \neg (t(x) = x)$

09/05/2003

13

Esempio

$CET(0/0, s/1)$:

- Lasciamo sottintesi sempre gli schemi id
- La parte non implicata da id è:
 - div(0/0, s/1): $\forall x \neg s\ x = 0$
 - inj(0/0, s/1): $\forall x, y (s\ x = s\ y \rightarrow x = y)$
 - oCk(0/0, s/1): $\forall x \neg s(s(\dots(x))) = x$ (schema)

09/05/2003

14

Teorema

$CET \vdash \exists \underline{x} (t1 = t2) \text{ sse } t1 \sigma = t2 \sigma$
 $CET \vdash \neg \exists x (t1 = t2) \text{ sse } t1, t2 \text{ non unificano}$
 CET è completa

09/05/2003

15

La forma normale intermedia

Equivalenza logica (vera in tutte le interpretazioni)

$\forall \underline{x} (p(\underline{t}) \leftarrow \text{Body}) \leftrightarrow \forall \underline{y} (p(\underline{y}) \leftarrow \exists \underline{x} (\underline{y} = \underline{t} \wedge \text{Body}))$ con $\underline{y}$ nuove variabili.

$p(t1) \leftarrow \text{Body1}$
 $\dots$
 $p(tn) \leftarrow \text{Bodyn}$
 $\xrightarrow{\underline{y} \text{ nuove}}$
 $p(\underline{y}) \leftarrow \exists \underline{x1} (\underline{y} = t1 \wedge \text{Body1})$
 $\dots$
 $p(\underline{y}) \leftarrow \exists \underline{xn} (\underline{y} = tn \wedge \text{Bodyn})$
 $\swarrow$
 $p(\underline{y}) \leftarrow \exists \underline{x1} (\underline{y} = t1 \wedge \text{Body1}) \vee \dots \vee \exists \underline{xn} (\underline{y} = tn \wedge \text{Bodyn})$

09/05/2003

16

Esempio

$q(2) \leftarrow a(2).$
 $q(3) \leftarrow b(2).$
 $\longrightarrow$
 $q(V) \leftarrow V=2 \wedge a(2).$
 $q(V) \leftarrow V=3 \wedge b(2).$
 $\downarrow$
 $q(V) \leftarrow V=2 \wedge a(2) \vee V=3 \wedge b(2).$

$a(2).$
 $a(3) \leftarrow b(X).$
 $\longrightarrow$
 $a(U) \leftarrow U = 2.$
 $a(U) \leftarrow \exists X (U=3 \wedge b(X)).$
 $\downarrow$
 $a(U) \leftarrow U = 2 \vee \exists X (U=3 \wedge b(X)).$

09/05/2003

17

Da se a se e solo se

- Ottenuta la forma normale intermedia di p in un programma P
 $p(\underline{y}) \leftarrow \exists \underline{x1} (\underline{y} = t1 \leftarrow \text{Body1}) \vee \dots \vee \exists \underline{xn} (\underline{y} = tn \leftarrow \text{Bodyn})$
- si passa alla definizione completa $\text{defComp}(p, P)$ di p nel programma P :
 $p(\underline{y}) \leftrightarrow \exists \underline{x1} (\underline{y} = t1 \leftarrow \text{Body1}) \vee \dots \vee \exists \underline{xn} (\underline{y} = tn \leftarrow \text{Bodyn})$
- Il completamento di Clark di P è:
 $\text{comp}(P) = CET \cup \text{defComp}(p1, P) \cup \dots \cup \text{defComp}(pn, P)$

09/05/2003

18

Esempio

$$\begin{array}{l}
 p(X) \leftarrow q(X) \wedge r(X). \\
 q(2) \leftarrow a(2). \\
 q(3) \leftarrow b(2). \\
 a(2). \\
 a(3) \leftarrow b(X).
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{l}
 p(X) \leftarrow q(X) \wedge r(X). \\
 q(V) \leftarrow V=2 \wedge a(2) \vee V=3 \wedge b(2). \\
 a(V) \leftarrow V=2 \vee \exists X (V=3 \wedge b(X)). \\
 b(V) \leftarrow \text{false}. \\
 r(V) \leftarrow \text{false}.
 \end{array}
 \downarrow$$

$$\begin{array}{l}
 \forall X: p(X) \leftrightarrow q(X) \wedge r(X). \\
 \forall V: q(V) \leftrightarrow V=2 \wedge a(2) \vee V=3 \wedge b(2). \\
 \forall V: a(V) \leftrightarrow V=2 \vee \exists X (V=3 \wedge b(X)). \\
 \forall V: \neg b(V). \\
 \forall V: \neg r(V).
 \end{array}$$

2.1.3. Teorema di validità e completezza in DCL

Theo. Sia P un programma di DCL (quindi senza not). Si supponga una strategia di ricerca completa. Sia

$G = A1 \wedge \dots \wedge An$ un goal

Si ha:

$\text{comp}(P) \models \exists x G$ sse G ha una sostituzione di risposta ;

$\text{comp}(P) \models \neg \exists x G$ sse G fallisce finitamente;

nessuno dei casi precedenti se G ha albero di fallimento infinito.