Lezione 15

RICERCA
VERSIONE PROVVISORIA
LA DEFINITIVA LA PROSSIMA SETTIMANA

1. L'algoritmo generico di ricerca completo

- L'algoritmo semplificato risponde solo YES o NO
- Per trovare il cammino di soluzione occorre adattarlo; bisogna memorizzare, per ogni nodo n, il cammino che arriva ad n.
- Nel caso di costo, è bene memorizzare anche il costo g(n)

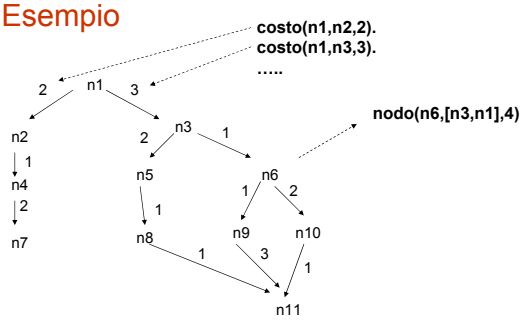
1.1. I costi e i cammini

- Se vi sono dei costi, vanno associati agli archi.
- Oltre al predicato neighbors(N, L), che definisce il grafo dello spazio di ricerca, occorre specificare il predicato:
  cost(N,M,C) : C è il costo dell'arco (N,M)
- Per i cammini si usa la struttura:

  nodo(N, Cammino, Costo)

  Significato:
  [N|Cammino] è il cammino all'indietro da N alla radice e
  Costo = costo([N|Cammino]) = g(N)

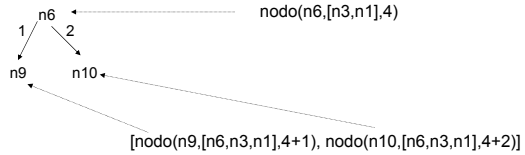
Esempio



1.2. L'algoritmo generico completo psearch (path search)

```
psearch(F0, [N|P]) :- select(node(N,_,_),F0,_),
                      is_goal(N).
psearch(F0,Path) :-  select(node(N,P,C),F0,F1),
                     neighbors(N, NL),
                     add_paths(NL, node(N,P,C), NL1),
                     add_to_frontier(NL1,F1,F2),
                     psearch(F2).
```


add_paths:



add_paths([n9,n10], nodo(n6,[n3,n1], 4),
[nodo(n9,[n6,n3,n1],5), nodo(n10,[n6,n3,n1],6)])

```
add_pats([], _, []).

add_paths([M|R], node(N,P,C),[node(N,[N|P],NC)|RF]) :-
        cost(N,M,CN),
        NC is C + CN,
        add_paths(R,node(N,P,C),RF).
```


- L'algoritmo completo ha come predicati aperti:
  - cost spazio di ricerca
  - neighbors spazio di ricerca
  - select strategia di ricerca
  - add_to_frontiers strategia di ricerca
- Il fatto di usare l'algoritmo semplificato o quello completo non cambia nulla circa il modo di rappresentare lo spazio di ricerca e di implementare le strategie di ricerca;
- in particolare, quanto visto su depth e breadth first non cambia

Strategie di ricerca

- Vediamo alcune strategie, classificandole in base a completezza, ottimalità e complessità
  - Strategie non informate o blind (forza bruta)
    - Depth-First
    - Breadth-First
    - Lowest-Cost-First
  - Strategie informate o euristiche (funzione euristica)
    - Best-First (algoritmi gready)
    - Heuristic Depth-First
    - A*

Strategie blind

- Esaminano lo spazio di ricerca in un dato ordine (determinato dalla strategia) in modo completamente indipendente dalla natura e dalle conoscenze del problema.
- Parametri usati nella complessità:
  - b branching factor
  - m profondità massima dell'albero (esaminato)

Depth-First

- Implementazione di select, add_to_frontiers già vista
- Completezza:
  - NO se lo spazio è infinito, SI se è finito
- Ottimalità:
  - NO
- Complessità
  - In tempo: $O(b^m)$ se termina con profondità massima m
  - In spazio: $O(b*m)$ se termina con profondità massima m

Complessità in tempo:

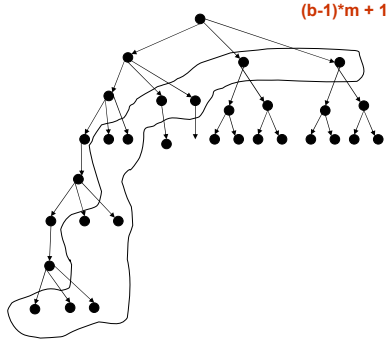
- Se termina con profondità massima m:
  O(dimensione dell'albero di profondità m) = $O(b^m)$

Non ottimalità:

- la prima soluzione trovata nell'ordine imposto da depth-first non è detto sia ottimale

INCOMPLETEZZA CON CAMMINI INFINITI

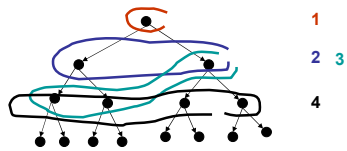
COMPLESSITA' IN SPAZIO: lunghezza della frontiera: (b-1)*m + 1



Breadth-First

- Implementazione di select, add_to_frontiers già vista
- Completezza:
  - SI (anche con spazio infinito)
- Ottimalità:
  - SI a costo unitario, NO a costo non unitario
- Complessità
  - In tempo: $O(b^m)$ se m è la profondità dell'ultima frontiera
  - In spazio: $O(b^m)$ se m è la profondità dell'ultima frontiera

LUNGHEZZE DELLE FRONTIERE



$2^{k-1} < lung <= 2^k$

Complessità in tempo e spazio:

- Una frontiera ha profondità k-1 (prima parte della lista) o k (ultima parte); sia m la profondità dell'ultima frontiera
  - quella con la soluzione o quella massima dell'albero se è finito e non vi è soluzione
- Tempo:
  - O(dimensione dell'albero di profondità m) = $O(b^m)$
- Spazio
  - O(dimensione frontiera prof. M) = $O(b^m)$

Ottimalità/non ottimalità:

- la prima soluzione trovata si trova a profondità m-1 nella frontiera e le frontiere precedenti avevano profondità minore:
  - è con profondità minimale = costo minimale con costo 1
  - se il costo non è 1, può essere non ottimale

Lowes-Cost-First

- Se il costo di un cammino non è unitario, breadth first non è ottimale.
- Con costo non unitario, si può riadattare breadth first ordinando la frontiera un base al costo:

```
add_to_frontier(Neighbors,F1,F3) :-
      append(Neighbors,F1,F2),
      sort_by_g(F2,F3).
```

Nell'ipotesi di costo di arco >= ε > 0:

Completezza:

SI (con ε > 0 ; con ε = 0 diventa incompleto)

Complessità in tempo e spazio:

- Sia C il costo massimo dell'ultima frontiera; la profondità massima dei suoi nodi è m <= C/ε
- Tempo:
  - O(dimensione dell'albero di profondità m) = $O(b^{C/\varepsilon})$
- Spazio
  - O(dimensione frontiera prof. m) = $O(b^{C/\varepsilon})$

Ottimalità:

- SI: la prima soluzione trovata si trova a costo minimo nella frontiera e le frontiere precedenti avevano costi minori

RICERCHE INFORMATE O EURISTICHE

- Usano una funzione euristica h (da heuristic):
  - h(n) = stima della distanza (o costo) da n ad una soluzione ottimale
  - h(n) <= distanza effettiva(n) (sottostimata)
- select, append_to_frontier sono influenzate da h

Esempi di euristiche

- Ricerca del percorso più breve, ad esempio, da una città ad un'altra: si prende
  - h(n) = distanza_linea_aria(n, goal)
- Ricerca di una prova:
  - Se si associa ad ogni atomo la profondità minima di una prova dello stesso, la somma delle profondità minime degli atomi non ancora risolti è <= dei passi necessari per completare la prova
- Il gioco delle tessere:
  - h(n) = numero di mosse che farei se potessi spostare le tessere non al posto giusto senza vincoli (con varianti)

Best-First (o gready)

```
select(N,[N|F],F).
add_to_frontier(Neighbors,F1,F3) :-
        append(Neighbors,F1,F2),
        sort_by_h(F2,F3).
```

- E' un algoritmo goloso: mangia subito la cosa che più gli piace, senza curarsi d'altro.
- Ha le caratteristiche (completezza, ottimalità, complessità) di depth-first, che non ripetiamo

Heuristic Depth-First

```
select(N,[N|F],F).
add_to_frontier(Neighbors,F1,F2) :-
        sort_by_h(Neighbors,N),
        append(N,F1,F2).
```

- E' una variante golosa di depth first.
- Ha le caratteristiche (completezza, ottimalità, complessità) di depth-first, che non ripetiamo

A*

Variante euristica di Lowest-Cost-First.

Usa sia il costo calcolato g(n), sia l'euristica h(n):

f(n) = g(n) + h(n)

```
select(N,[N|F],F).
add_to_frontier(Neighbors,F1,F3) :-
        append(F1,Neighbors, F2),
        sort_by_f(F2,F3).
```

Condizioni di ammissibilità:

- h(n) è una sottostima
- b è finito
- costo arco >= > 0

Se valgono tali condizioni:

Completo: SI

Ottimale: SI

Complessità in spazio e tempo: esponenziali, come in lowest cost first

Dimostrazione dell'ottimalità:

- $f(n_{ott}) <= costo(ott) < costo(nonott)$.
- f(nonott) = costo(nonott) perché è una soluzione
  - f(nonott) = g(nonott) + 0 (h(nonott)=0)
- Assumiamo per assurdo che sia selezionata nonott; la frontiera conterrebbe ancora un nodo n_{ott} che porta ad ott; assurdo perché la frontiera è ordinata secondo f, mentre $f(n_{ott}) < costo(nonott)$.

Considerazioni finali

- L'uso di PROLOG: ci è servito per dare in modo compatto l'algoritmo generico; ma
  - Non abbiamo scelto le implementazioni migliori per lavorare con le frontiere ordinate: vedere esercizio 4.9 sul libro
  - Tenendo in memoria i cammini si ha una complessità in spazio maggiore di quella enunciata, perché ogni nodo della frontiera contiene il cammino all'indietro in una lista separata da quella usata da un altro nodo; usando un linguaggio che usi i puntatori è possibile mettere in ogni nodo solo il puntatore, evitando la moltiplicazione di nodi
    - All'indietro, arriveranno più puntatori allo stesso nodo, esattamente come nell'albero di ricerca

- Dunque Prolog è stato usato più come un linguaggio di spiegazione che di implementazione
- Si può usare convenientemente Prolog quando si voglia sfruttare il backtracking in esso implicito; prolog sviluppa la ricerca depth-first, nell'albero in cui i rami sono dati dalla applicazione delle clausole nel programma, nell'ordine in cui esse si trovano nello stesso.
- Vediamo un esempio di uso del Prolog per realizzare una ricerca, riconsiderando l'esercizio del programma che esegue la procedura top-down